

[बहुभुज] [POLYGON]

OR

ANKUR YADAV

समबहुभुज (Regular Polygon)

बहुभुज (Polygon) $\rightarrow$ तीन या तीन से अधिक भुजाओं से बनी हुई आकृति बहुभुज (Polygon) कहलाती है।

समबहुभुज (Regular polygon) $\rightarrow$ जिस बहुभुज की प्रत्येक भुजा परस्पर बराबर हो तथा प्रत्येक अन्तःकोण समान हो तो वह बहुभुज समबहुभुज कहलाता है।

भुजा $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$

बहुभुज या समबहुभुज के अन्तःकोणों का योग $= (n-2) \times 180^\circ$
 $= (n-2) \times 2 \times 90$
 $= (2n-4) \text{ समकोण}$
[$\because 1 \text{ समकोण} = 90^\circ$]

Ankur yadav

जहाँ $n =$ भुजाओं की सं० $3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$

(i) जब $n=3$, तब अन्तःकोणों का योग $= (3-2) \times 180^\circ$
 $= 180^\circ$

(ii) जब $n=4$, तब अन्तःकोणों का योग $= (4-2) \times 180^\circ$
 $= 360^\circ$

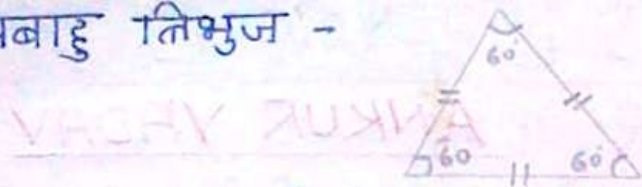
(iii) जब $n=5$, तब अन्तःकोणों का योग $= (5-2) \times 180^\circ$
 $= 540^\circ$

समबहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण $= \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

VISIT...

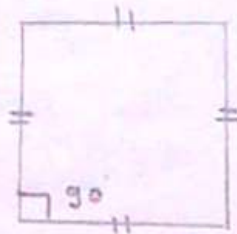
LANZAROTE
Caliente.COM

(i) समबाहु त्रिभुज -



$$\begin{aligned}\text{समबाहु } \Delta \text{ का प्रत्येक अन्तः कोण} &= \frac{(3-2) \times 180^\circ}{3} \\ &= \frac{180^\circ}{3} \\ &= 60^\circ\end{aligned}$$

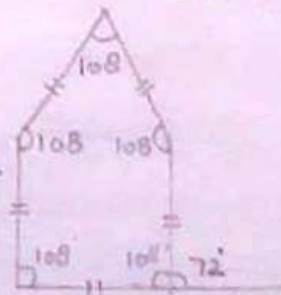
(ii) वर्ग -



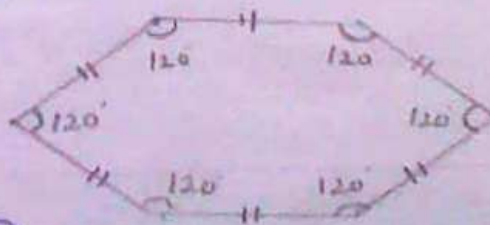
$$\begin{aligned}\text{समबहुभुज (वर्ग) का प्रत्येक अन्तः कोण} &= \frac{(4-2) \times 180^\circ}{4} \\ &= \frac{2 \times 180^\circ}{4} \\ &= 90^\circ\end{aligned}$$

(iii) समपंचभुज (Regular Pentagon) →

$$\begin{aligned}\text{समपंचभुज का प्रत्येक अन्तः कोण} &= \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} \\ &= \frac{3 \times 180^\circ}{5} \\ &= 108^\circ\end{aligned}$$



(iv) समषट्भुज (Regular Hexagon) →



$$\begin{aligned}\text{समषट्भुज का प्रत्येक अन्तः कोण} &= \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} \\ &= \frac{4 \times 180^\circ}{6} \\ &= 120^\circ\end{aligned}$$

भुजाओं की सं०	समबहुभुज या बहुभुज के अन्तःकोणों का योग = $(n-2) \times 180^\circ$	समबहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण = $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$	बहुभुज का नाम
$n=3$ (त्रिभुज)	180°	60°	समबाहु Δ
$n=4$ (चतुर्भुज)	360°	90°	वर्ग
$n=5$ (पंचभुज)	540°	108°	समपंचभुज
$n=6$ (षट्भुज)	720°	120°	समषट्भुज

Q → समबहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण 60° है तो बहुभुज के भुजाओं की संख्या कितनी होगी ?

Solve → प्रत्येक अन्तःकोण = $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = 60^\circ$

$$\begin{aligned} 3n - 6 &= n \\ 2n &= 6 \\ n &= \frac{6}{2} \\ \boxed{n} &= \boxed{3} \end{aligned}$$

Q → समबहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण 108° है तो समबहुभुज के भुजाओं की संख्या कितनी होगी ?

Solve → प्रत्येक अन्तःकोण = $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = 108^\circ$

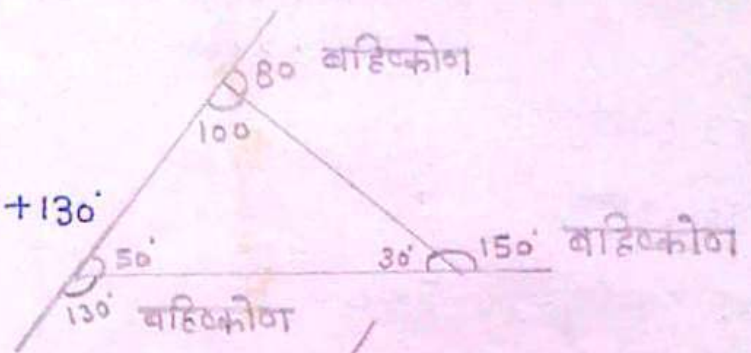
$$\begin{aligned} 5n - 10 &= 3n \\ 5n - 3n &= 10 \\ 2n &= 10 \\ \boxed{n} &= \boxed{5} \end{aligned}$$

Ankur yadav

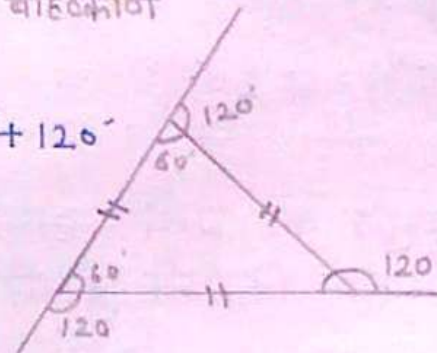
Rule - बहुभुज या समबहुभुज के बाह्यकोणों का योग सदैव 360° होता है।

Δ के बाह्यकोणों का योग =

$$150^\circ + 80^\circ + 130^\circ = 360^\circ$$

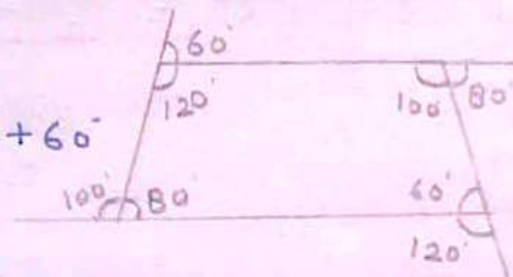


Δ के बाह्यकोणों का योग = $120^\circ + 120^\circ + 120^\circ = 360^\circ$



$\square$ के बाह्यकोणों का योग =

$$100^\circ + 120^\circ + 80^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$



Rule - समबहुभुज का प्रत्येक बाह्यकोण $\theta = \frac{360^\circ}{n}$

जहाँ $n =$ भुजाओं की सं०

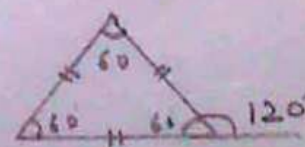
$$n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$$

Rule - समबहुभुज के भुजाओं की संख्या $n = \frac{360^\circ}{\text{प्रत्येक बाह्यकोण}}$

Q $\rightarrow$ समबाहु Δ का प्रत्येक बाह्यकोण कितना होगा?

$$\text{समबाहु } \Delta \text{ का प्रत्येक बाह्यकोण } \theta = \frac{360}{3} = 120^\circ$$

OR



NOTE $\rightarrow$ समबाहु Δ के प्रत्येक बाह्यकोण तथा प्रत्येक अन्तःकोण में अनुपात 2:1 होगा।

प्रत्येक बाह्यकोण : प्रत्येक अन्तःकोण

$$120 : 60$$

$$2 : 1$$

OR

प्रत्येक अन्तःकोण : प्रत्येक बाह्यकोण

$$60 : 120$$

$$1 : 2$$

- Q- किसी समबहुभुज का प्रत्येक बाह्यकोण उस समबहुभुज के प्रत्येक अन्तःकोण का दूना (दुगुना) है तो समबहुभुज के भुजाओं की संख्या कितनी होगी ?

Solve -

अन्तःकोण θ बाह्यकोण 2θ

$$\theta + 2\theta = 180^\circ$$

$$3\theta = 180^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

समबहुभुज के भुजाओं की

$$\text{सं०}(n) = \frac{360^\circ}{\text{प्रत्येक बाह्यकोण}}$$

$$n = \frac{360}{2\theta}$$

$$n = \frac{360}{2 \times 60}$$

$$n = 3 \rightarrow \text{अतः समबहुभुज समबाहु } \Delta \text{ होगा।}$$

- Q- किसी समबहुभुज का प्रत्येक बाह्यकोण उस समबहुभुज के प्रत्येक अन्तःकोण का आधा है तो समबहुभुज के भुजाओं की संख्या कितनी होगी ?

अन्तःकोण 2θ बाह्यकोण θ

$$2\theta + \theta = 180^\circ$$

$$3\theta = 180^\circ$$

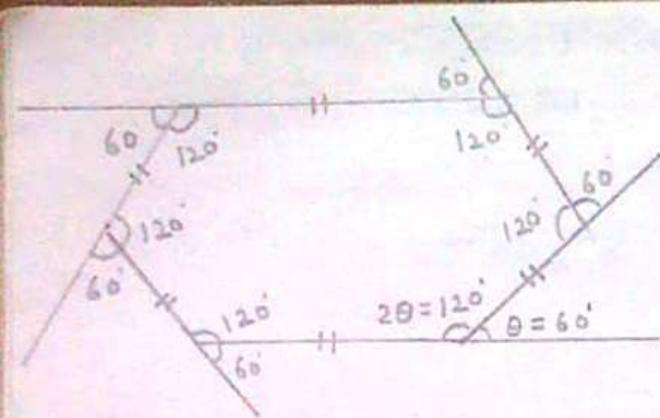
$$\theta = 60^\circ$$

समबहुभुज के भुजाओं की

$$\text{सं०}(n) = \frac{360^\circ}{\theta}$$

$$n = \frac{360}{60}$$

$$n = 6 \rightarrow \text{अतः दिया गया समबहुभुज समषट्भुज होगा।}$$



अतः षट्भुज के प्रत्येक बहिष्कोण और प्रत्येक अन्तःकोण में अनुपात 1:2 होगा

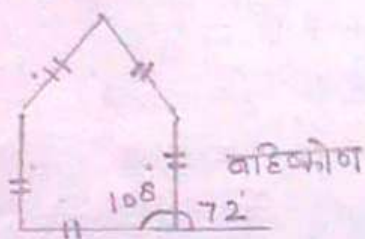
$$\begin{aligned} \text{प्रत्येक बहिष्कोण} &: \text{प्रत्येक अन्तःकोण} \\ 60^\circ &: 120^\circ \\ 1 &: 2 \end{aligned}$$

OR

$$\begin{aligned} \text{प्रत्येक अन्तःकोण} &: \text{प्रत्येक बहिष्कोण} \\ 120^\circ &: 60^\circ \\ 2 &: 1 \end{aligned}$$

Q → समपंचभुज का प्रत्येक बहिष्कोण कितना होगा ?

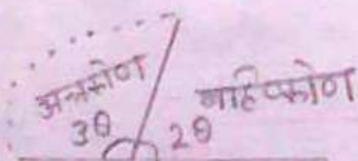
Solve -



$$\begin{aligned} \text{प्रत्येक बहिष्कोण } \theta &= \frac{360^\circ}{n} \\ &= \frac{360^\circ}{5} \end{aligned}$$

$$\boxed{\theta = 72^\circ}$$

Q → किसी समबहुभुज के प्रत्येक अन्तःकोणों तथा प्रत्येक बहिष्कोण में अनुपात 3:2 है तो समबहुभुज के भुजाओं की सं० होगी ?



$$3\theta + 2\theta = 180^\circ$$

$$5\theta = 180^\circ$$

$$\theta = 36^\circ$$

$$\text{समबहुभुज के भुजाओं की सं० } (n) = \frac{360^\circ}{\text{प्रत्येक बहिष्कोण}}$$

$$= \frac{360}{2\theta}$$

$$= \frac{360}{2 \times 36}$$

$$\boxed{n = 5}$$

Ankur yadav

अतः दिया गया समबहुभुज समपंचभुज होगा।

प्रत्येक अन्तःकोण : प्रत्येक बहिष्कोण

$$108 : 72$$

$$3 : 2$$

Q → किसी बहुभुज के विकर्णों की संख्या 27 है तो उस बहुभुज के भुजाओं की संख्या कितनी होगी ?

Solve -

$$\begin{aligned} 2 \times 27 \\ = 54 \\ = 9 \times 6 \end{aligned}$$

$$\text{अन्तर } 9 - 6 = 3$$

$$\therefore \text{भुजाओं की सं०} = 9$$

Q → किसी बहुभुज के विकर्णों की सं० 65 है तो भुजाओं की संख्या कितनी होगी ?

Solve -

$$\begin{aligned} 2 \times 65 \\ = 130 \\ = 13 \times 10 \end{aligned}$$

$$\text{अन्तर } 13 - 10 = 3$$

$$\therefore \text{भुजाओं की सं०} = 13$$

Page-7

by option →

$d = 44$, तो भुजाओं की सं० = ?

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

(a) 10

(b) 11

(c) 12

(d) 13

Q → एक n भुजाओं वाले बहुभुज के भुजाओं को एक ही क्रम में बढ़ाने से बाह्यकोणों का योग कितना होगा ?

Ans - बहुभुज के बाह्यकोणों का योग सदैव 360° होता है।

Ankur yadav

Q. किसी बहुभुज के विकर्णों की संख्या 44 है तो उस बहुभुज के भुजाओं की संख्या कितनी होगी?

Solve - $d = \frac{n(n-3)}{2} = 44$

$$88 = n(n-3)$$

$$88 = n^2 - 3n$$

$$0 = n^2 - 3n - 88$$

$$n^2 - 3n - 88 = 0$$

$$n^2 - (11-8)n - 88 = 0$$

$$n^2 - (11n - 8n) - 88 = 0$$

$$n^2 - 11n + 8n - 88 = 0$$

$$(n^2 - 11n) + (8n - 88) = 0$$

$$n(n-11) + 8(n-11) = 0$$

$$(n-11)(n+8) = 0$$

यदि $n+8=0$

$$n = -8 \text{ — (ग्रहण करने योग्य नहीं है)}$$

यदि $n-11=0$

$$\boxed{n = 11}$$

Page-8

Trick - समबहुभुज या बहुभुज के विकर्णों की सं० का दूना $2d$ का ऐसा दो गुणनखण्ड करते हैं कि गुणनखण्ड का अन्तर 3 हो तो बड़ा वाला गुणनखण्ड बहुभुज के भुजाओं की संख्या होगी।

$$2 \times 44$$

$$= 88$$

$$= 11 \times 8$$

$$\text{अन्तर } 11-8 = 3$$

∴ भुजाओं की सं० $\boxed{= 11}$ — (बड़ा गुणनखण्ड)

Q. यदि बहुभुज के विकर्णों की संख्या 9 है तो बहुभुज के भुजाओं की संख्या कितनी होगी?

Solve - 2×9

$$= 18$$

$$= 6 \times 3$$

$$\text{अन्तर } = 6-3 = 3$$

भुजाओं की सं० $= 6 \rightarrow$ बड़ा गुणनखण्ड

Q- □ में कितने विकर्ण होते हैं।

- (a) 1 (b) 2 (✓) (c) 3 (d) 4

Solve- □ में विकर्णों की सं० $d = \frac{4(4-3)}{2}$

$$d = \frac{4 \times 1}{2}$$

$$d = 2$$

Q → पंचभुज में विकर्णों की संख्या कितनी होती है ?

पंचभुज में विकर्णों की सं० $d = \frac{5(5-3)}{2}$

$$d = \frac{5 \times 2}{2}$$

$$d = 5$$

बहुभुज में भुजाओं की संख्या n

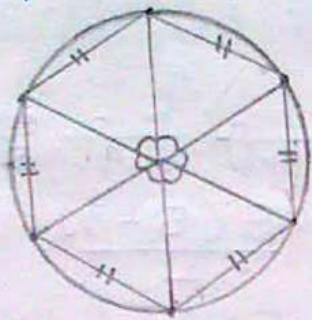
बहुभुज के विकर्णों की संख्या $d = \frac{n(n-3)}{2}$

पहली विषम भुजाएं	n	$\times 0.5$		n	
	4	<u>$\times 0.5$</u>	→	2	} +3
(i)	5	<u>$\times 1$</u>	→	5	
	6	<u>$\times 1.5$</u>	→	9	} +4
(ii)	7	<u>$\times 2$</u>	→	14	
	8	<u>$\times 2.5$</u>	→	20	} +5
(iii)	9	<u>$\times 3$</u>	→	27	
	10	<u>$\times 3.5$</u>	→	35	} +6
(iv)	11	<u>$\times 4$</u>	→	44	
	12	<u>$\times 4.5$</u>	→	54	} +7
(v)	13	<u>$\times 5$</u>	→	65	
	14	<u>$\times 5.5$</u>	→	77	} +8
(vi)	15	<u>$\times 6$</u>	→	90	

Q → समषट्भुज के परिगत वृत्त के केन्द्र पर प्रत्येक भुजा द्वारा बना कोण कितना होगा या

किसी चक्र में 6 तीलियों बराबर दूरी पर बनी हुई हैं। प्रत्येक दो तीलियों के बीच केन्द्र पर बना कोण कितना होगा

Solve-



$$\theta = \frac{360}{n}$$

$$\theta = \frac{360}{6}$$

$$\theta = 60^\circ$$

Q → तिरंगे के चक्र में 24 तीलियाँ हैं प्रत्येक दो तीलियों के बीच केन्द्र पर बना कोण कितना होगा ?

Solve-

$$\theta = \frac{360}{24}$$

$$\theta = 15^\circ$$

बहुभुज के विकर्ण

बहुभुज के विकर्णों की संख्या $d = \frac{n(n-3)}{2}$

जहाँ $n =$ भुजाओं की सं०

$n = 4, 5, 6, 7, \dots$

NOTE → बहुभुज में जितने शीर्षबिन्दु होते हैं उस बहुभुज में उतनी भुजाये भी होती हैं।

जैसे- (i) Δ में तीन शीर्ष बिन्दु तथा तीन भुजाये भी होती हैं।

(ii) $\square$ में चार शीर्ष बिन्दु तथा चार भुजाये होती हैं।

(iii) पंचभुज में पाँच शीर्ष बिन्दु तथा पाँच भुजाये भी होती हैं।

Q → त्रिभुज में कितने विकर्ण होते हैं ?

(a) 0 (✓) (b) 1

(c) 2

(d) 3

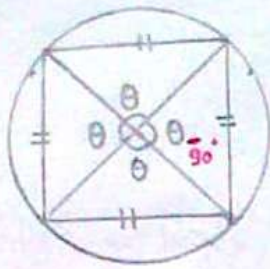
Solve

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$d = \frac{3(3-3)}{2}$$

$$d = 0$$

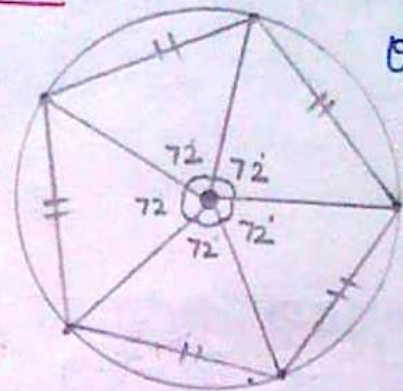
समबहुभुज के प्रत्येक भुजा द्वारा समबहुभुज के परिवृत्त के केन्द्र पर बना कोण ज्ञात करना —



$$\theta = \frac{360}{n}$$

$$\theta = \frac{360}{4}$$

$$\theta = 90^\circ$$



$$\theta = \frac{360}{n}$$

$$\theta = \frac{360}{5}$$

$$\theta = 72^\circ$$

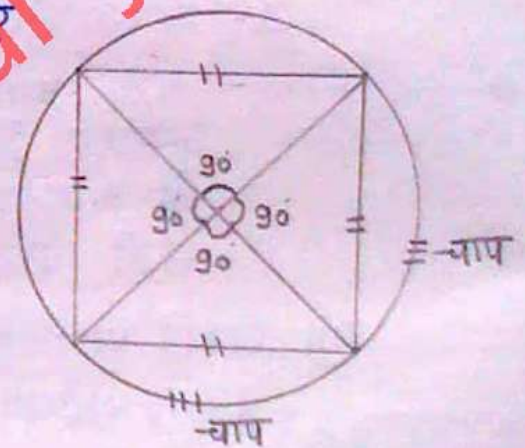
Q → वर्ग के विकर्णों के प्रतिच्छेद बिन्दु पर विकर्णों के बीच कितना कोण बनेगा ?

Solve → $\theta = \frac{360}{n}$

$$\theta = \frac{360}{4}$$

$$\theta = 90^\circ$$

Q → किसी पहिए की चार तीलियों पहिए पर समान दूरी पर लगाई गई हैं। चारों तीलियों धूरी से जुड़ी हुई हैं। प्रत्येक दो तीलियों के बीच धूरी पर बना कोण कितना होगा ?



Solve - $\theta = \frac{360}{4}$

$$\theta = 90^\circ$$

Q → किसी पहिये पर समान दूरी पर पांच तीलियों लगी हुई हैं। पांचों तीलियों के शीरे एक धूरी से लगे हुए हैं। प्रत्येक दो तीलियों के बीच धूरी (केन्द्र) पर बना कोण कितना होगा ?

Solve - प्रत्येक दो तीलियों के बीच धूरी (केन्द्र) पर बना कोण $\theta = \frac{360}{n}$

जहाँ $n =$ तीलियों की सं०

$$\theta = \frac{360}{5}$$

$$\theta = 72^\circ$$

Q → किसी समबहुभुज का प्रत्येक बाह्यकोण 30° हैं तो उस बहुभुज के भुजाओं की संख्या कितनी होगी ?

$$\text{भुजाओं की संख्या } (n) = \frac{360}{30}$$

$$n = 12$$

Q → 10 (दश) भुजाओं वाले समबहुभुज का प्रत्येक बाह्यकोण कितना होगा ?

$$\text{प्रत्येक बाह्यकोण } \theta = \frac{360}{n}$$

$$= \frac{360}{10}$$

$$\theta = 36^\circ$$

NOTE → ①



Q- समचतुर्भुज क्या समबहुभुज कहलाता है ?

ANS- नहीं, क्योंकि समचतुर्भुज की चारों भुजाएं परस्पर बराबर हैं परन्तु प्रत्येक कोण $\neq$ अन्तकोण एक दूसरे के बराबर नहीं हैं अतः समचतुर्भुज को समबहुभुज नहीं कहा जा सकता।

② सभी समबहुभुज के सभी शीर्षों से होकर जाने वाला वृत्त सदैव बनाया जा सकता है।

Q- क्या आयत बहुभुज है ?

ANS- नहीं

Q- क्या वर्ग बहुभुज है ?

ANS- हाँ

Ankur yadav

Q → किसी समबहुभुज का प्रत्येक बाह्यकोण 30° है तो उस बहुभुज के भुजाओं की संख्या कितनी होगी ?

$$\text{भुजाओं की संख्या } (n) = \frac{360}{30}$$

$$n = 12$$

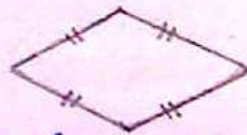
Q → 10 (दश) भुजाओं वाले समबहुभुज का प्रत्येक बाह्यकोण कितना होगा ?

$$\text{प्रत्येक बाह्यकोण } \theta = \frac{360}{n}$$

$$= \frac{360}{10}$$

$$\theta = 36^\circ$$

NOTE → ①



Q- समचतुर्भुज क्या समबहुभुज कहलाता है ?

ANS- नहीं, क्योंकि समचतुर्भुज की चारों भुजाएं परस्पर बराबर हैं परन्तु प्रत्येक कोण $\neq$ अन्तकोण एक दूसरे के बराबर नहीं हैं अतः समचतुर्भुज को समबहुभुज नहीं कहा जा सकता।

② सभी समबहुभुज के सभी शीर्षों से होकर जाने वाला वृत्त सदैव बनाया जा सकता है।

Q- क्या आयत बहुभुज है ?

ANS- नहीं

Q- क्या वर्ग बहुभुज है ?

ANS- हाँ

Ankur yadav (page-12)

Polygon (बहुभुज) (कुल-12)
Pages

Ankur Yadav

Mission upsc(group)